

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 22 » февраля 20 23 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Нелинейная динамика и теория бифуркаций  
(наименование)

**Форма обучения:** очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** магистратура  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** 108 (3)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления)

**Направленность:** Хемобиодинамика и биоинформатика  
(наименование образовательной программы)

# 1. Общие положения

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Одной из важных научных проблем естествознания является решение задачи предсказания поведения изучаемого объекта во времени и пространстве на основе определенных знаний о его начальном состоянии. Эта проблема является предметом изучения теории динамических систем. Другой проблемой является решение задачи об изменении структуры фазового пространства динамической системы при изменении параметров. Это составляет предмет изучения теории бифуркаций. Методы и подходы указанных теорий широко используются в других естественнонаучных дисциплинах, где встречается математическое описание нестационарных процессов. Поэтому изучение приложений теории динамических систем, выделенное в отдельный курс, имеет большое методологическое значение, так как дает возможность студентам взглянуть с единой – динамической – точки зрения на самые различные явления природы и применять универсальный математический аппарат для описания различных явлений.

Цель учебной дисциплины – является формирование основополагающих представлений о динамических явлениях; величинах, характеризующих эти явления; законах, которым они подчиняются. Это включает в себя приобретение теоретических знаний и практических навыков решения задач качественной теории динамических систем, а также задач о ветвлении решений этих систем при изменении параметров (теории бифуркаций). Содержание курса направлено также на формирование у студентов современного естественнонаучного мировоззрения, развитие научного мышления и расширение их научно-технического кругозора.

Задачи учебной дисциплины: в результате изучения дисциплины обучающийся должен знать основные законы нелинейной динамики и положения теории бифуркаций; историю развития этой дисциплины как теории и её место в современном естествознании; основные термины и классификации; изучить методы и подходы нелинейной динамики и теории бифуркаций для решения задач динамического анализа для объяснения явлений и процессов в различных областях естествознания; овладеть практическими навыками использования математического аппарата нелинейной динамики и теории бифуркаций при решении стандартных задач динамического и бифуркационного анализа.

## 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Предметом освоения дисциплины являются: качественная теория дифференциальных уравнений, используемая для анализа нестационарных процессов в динамических системах; классификация и структура аттракторов динамических систем, их характеристик; понятийный и математический аппарат теории бифуркаций, описывающей ветвление стационарных и нестационарных решений дифференциальных уравнений при изменении параметра; аналитические методы и численные алгоритмы динамического и бифуркационного анализа.

## 1.3. Входные требования

Для освоения дисциплины «Нелинейная динамика и теория бифуркаций» обучающийся используют знания, умения и навыки, сформированные при изучении дисциплин следующих блоков учебной программы:

1. Непрерывные математические модели
2. Введение в синергетику
3. Моделирование сложных систем

Освоение дисциплины «Нелинейная динамика и теория бифуркаций» является основой для последующего изучения дисциплин из блоков:

1. Процессы самоорганизации в химии
2. Динамика генных цепей
3. Физико-химическая гидродинамика
4. Дискретные математические модели

## 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.5	ИД-1ПК-1.5	Знает концептуальные и теоретические основы теории динамических систем, основные законы нелинейной динамики и теории бифуркаций; историю развития этой дисциплины как теории и её место в математике и современном естествознании.	Знает классические результаты и последние достижения в механике жидкости, физико-химической гидродинамике, геномике и биоинформатике;	Дифференцированный зачет
ПК-1.5	ИД-2ПК-1.5	Умеет использовать методы и подходы нелинейной динамики и теории бифуркаций для решения задач динамического анализа для объяснения нестационарных явлений и процессов различной природы.	Умеет обосновывать выбор и творчески применять современные методы математического моделирования объектов и процессов на стыке механики жидкости, химии, биологии и информатики;	Курсовая работа
ПК-1.5	ИД-3ПК-1.5	Владеет методами математического анализа при решении стандартных задач динамического и бифуркационного анализа.	Владеет навыками разработки и анализа новых математических моделей сложных систем и процессов для междисциплинарных задач, сформулированных на стыке механики жидкости, химии, биологии и информатики.	Дифференцированный зачет

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах	
		Номер семестра	
		1	2
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	54	54	
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:			
- лекции (Л)	16	16	
- лабораторные работы (ЛР)			
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	36	36	
- контроль самостоятельной работы (КСР)	2	2	
- контрольная работа			
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	54	54	
2. Промежуточная аттестация			
Экзамен			
Дифференцированный зачет	9	9	
Зачет			
Курсовой проект (КП)			
Курсовая работа (КР)	18	18	
Общая трудоемкость дисциплины	108	108	

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
2-й семестр				
Нелинейная динамика: понятие фазового пространства	2	0	2	6
Идея Пуанкаре. Теорема о существовании и единственности. Регулярность, детерминированность, обратимость уравнений динамики. Понятие фазового пространства. Классификация динамических систем. Дискретный и непрерывный оператор сдвига по времени. Фазовые траектории. Фазовый портрет системы. Нелинейные динамические системы. Метод качественного анализа динамических систем. Общая схема анализа. Пример анализа: плоский математический маятник с трением. Фазовый портрет маятника, основные виды траекторий, соответствие реальному поведению.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Регулярные аттракторы динамических систем	2	0	8	10
Аттракторы динамических систем. Понятие о гомоклинических и гетероклинических траекториях. Топологическая эквивалентность динамических систем. Понятие о грубости. Устойчивость положений равновесия. Классификация положений равновесия на плоскости. Положения равновесия в многомерных динамических системах.				
Странные аттракторы динамических систем	2	0	6	10
Понятие о детерминированном хаосе. Странный аттрактор. Фрактальные множества и их размерность. Множество Кантора. Странный аттрактор как фрактал. Вычисления фрактальной размерности. Сценарии перехода к хаосу. Система Лоренца. Классификация странных аттракторов. Примеры из разных областей естествознания. Хаос как высшая форма самоорганизации материи.				
Понятие о бифуркациях динамических систем	4	0	8	8
Ветвление решений динамических систем при изменении параметра. Понятие о бифуркации. Классификация бифуркаций аттракторов динамических систем. Параметрическое пространство. Коразмерность бифуркации. Нормальная форма бифуркации. Общая схема бифуркационного анализа.				
Нормальные формы основных бифуркаций	6	0	12	20
Бифуркация в простом собственном значении для положения равновесия. Вывод нормальной формы бифуркации. Метод многих временных масштабов. Условие разрешимости. Анализ нормальной формы бифуркации. Примеры бифуркации рождения – смерти в физике и природе. Симметрия. Роль симметрии в физике. Симметрия динамических систем. Вырождение решений динамических систем. Простейший случай дискретной симметрии. Вилочная бифуркация. Вывод и анализ нормальной формы бифуркации. Примеры бифуркации вилки в физике и природе. Понятие косимметрии. Случай аномального вырождения решений динамических систем. Возбуждение автоколебаний в динамической системе. Бифуркация Андронова-Хопфа. Вывод нормальной формы и ее анализ. Примеры бифуркации Андронова-Хопфа в физике и природе. Классификация бифуркаций предельного цикла и тора.				
ИТОГО по 2-му семестру	16	0	36	54
ИТОГО по дисциплине	16	0	36	54

## Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Анализ фазового портрета математического маятника
2	Анализ фазового портрета системы Лоренца
3	Расчет фрактальной размерности аттракторов
4	Бифуркационный анализ модели математического маятника
5	Бифуркационный анализ механической модели Йосса
6	Метод многих временных масштабов
7	Общая схема вывода нормальной формы бифуркации методом многих временных масштабов
8	Вывод нормальной формы бифуркации в модели Йосса
9	Вывод нормальной формы бифуркации Хопфа

## Тематика примерных курсовых проектов/работ

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
1	Полный бифуркационный анализ маятника Фруда
2	Вывод нормальной формы двойной бифуркации Хопфа
3	Численное изучение нелинейной динамики и проведение бифуркационного анализа для заданной системы 3-его порядка
4	Численное моделирование бифуркаций двумерных торов

## 5. Организационно-педагогические условия

### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при которой учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установления связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и творческих методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, ролевые игры, тренинги и анализ ситуаций и имитационных моделей.

## 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям, лабораторным работам и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Бутенин Н. В. Введение в теорию нелинейных колебаний : учебное пособие для вузов / Н. В. Бутенин, Ю. И. Неймарк, Н. А. Фуфаев. - Москва: Наука, Физматлит, 1987.	8
2	Кузнецов А.П. Нелинейные колебания : учебное пособие для вузов / А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.м. Рыскин. - М.: Физматлит, 2005.	5
3	Малинецкий Г.Г. Нелинейная динамика и хаос. Основные понятия / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. - М.: URSS, 2006.	1
4	Трубецков Д. И. Введение в синергетику. Хаос и структуры / Д. И. Трубецков. - Москва: Либроком, 2014.	1
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		
1	Баутин Н. Н. Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости / Н. Н. Баутин, Е. А. Леонтович. - Москва: Наука, 1990.	6
2	Берже П. Порядок в хаосе: о детерминистском подходе к турбулентности : пер. с фр. / П. Берже, И. Помо, К. Видаль. - Москва: Меркурий-Пресс, 2000.	1
3	Ван Д. Нормальные формы и бифуркации векторных полей на плоскости : пер. с англ. / Д. Ван, Ч. Ли, Ш.-Н. Чоу. - Москва: Изд-во МЦНМО, 2005.	2
4	Странные аттракторы : сборник статей : пер. с англ. - Москва: Мир, 1981.	2
5	Юмагулов М. Г. Введение в теорию динамических систем : учебное пособие для вузов / М. Г. Юмагулов. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2015.	2
<b>2.2. Периодические издания</b>		
1	Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика : научно-технический журнал. - Саратов: , Изд-во СГУ, , 1993 - .	

<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов	Двумерные динамические системы в приложениях. Составители: Касаткина Ю.А., Митрякова Т.М. Учебно-методическое пособие. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2016. – 47 с.	<a href="http://www.lib.unn.ru/students/src/twodynsys_appl.pdf">http://www.lib.unn.ru/students/src/twodynsys_appl.pdf</a>	сеть Интернет; свободный доступ

## 6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	MS Windows XP (подп. Azure Dev Tools for Teaching до 27.03.2022 )
Офисные приложения.	Microsoft Office Professional 2007. лиц. 42661567
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц. L3263-7820*)

## 6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных Scopus	<a href="https://www.scopus.com/">https://www.scopus.com/</a>
База данных Springer Nature e-books	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a> <a href="http://jwww.springerprotocols.com/">http://jwww.springerprotocols.com/</a> <a href="http://materials.springer.com/">http://materials.springer.com/</a> <a href="http://zbmath.org/">http://zbmath.org/</a> <a href="http://npg.com/">http://npg.com/</a>
База данных Web of Science	<a href="http://www.webofscience.com/">http://www.webofscience.com/</a>
База данных научной электронной библиотеки (eLIBRARY.RU)	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="http://lib.pstu.ru/">http://lib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>
Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки	<a href="http://www.diss.rsl.ru/">http://www.diss.rsl.ru/</a>

### **7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Курсовая работа	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	4
Лекция	Лекционная аудитория, оборудованная электронным проектором и экраном	1
Практическое занятие	Персональные компьютеры (локальная компьютерная сеть)	4

### **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе
------------------------------

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
(приложение к рабочей программе дисциплины)

**Дисциплина:** Нелинейная динамика и теория бифуркаций

**Форма обучения:** очная

**Уровень высшего образования:** магистратура

**Общая трудоёмкость:** 108 ч (3 ЗЕ)

**Направление подготовки:** 01.04.02 Прикладная математика и информатика

**Профиль программы:** Хемобиодинамика и биоинформатика

**Выпускающая кафедра:** Прикладной физики

**Курс:** 1    **Семестр:** 2

**Виды контроля с указанием семестра:** Дифференцированный зачет, 2

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

## **1. Перечень формируемых частей компетенций, этапы их формирования и контролируемые результаты обучения**

### **1.1. Формируемые части компетенций**

Согласно КМВ ОПОП учебная дисциплина Б1.В.06 «Нелинейная динамика и теория бифуркаций» участвует в формировании компетенции **ПК-1.5**:

- способность ставить и решать междисциплинарные задачи математического моделирования объектов и процессов на стыке механики жидкости, химии, биологии и информатики.

### **1.2. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля**

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение одного семестра (2-го семестра учебного плана) и разбито на 5 учебных модулей. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные занятия, которые сопровождаются практическими занятиями, а также самостоятельной работой студентов. В конце обучения проводится дифференцированный зачет. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, и которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения по дисциплине (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала, сдаче отчетов по практическим занятиям и индивидуальным работам. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты освоения дисциплины (ЗУВы)	Вид контроля					
	Текущий		Рубежный			Промежуточный
	С	ПЗ	КР	ИЗ	ОПЗ	Диф.Зачет
<b>Усвоенные знания</b>						
<b>З.1</b> - знает концептуальные и теоретические основы теории динамических систем;	С					ТВ
<b>З.2</b> - знает основные законы нелинейной динамики и теории бифуркаций;	С					ТВ
<b>З.3</b> - знает историю развития этой дисциплины как теории и её место в математике и современном естествознании.	С					ТВ
<b>Освоенные умения</b>						
<b>У.1</b> - умеет аппарат теории возмущений для исследования устойчивости аттракторов;		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ
<b>У.2</b> - умеет использовать методы и подходы нелинейной динамики и теории бифуркаций для решения задач динамического анализа для объяснения нестационарных явлений и процессов различной природы;		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ
<b>У.3</b> - умеет использовать методы и подходы теории бифуркаций для решения задач динамического анализа для объяснения нестационарных явлений и процессов различной природы.		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ
<b>Приобретенные владения</b>						
<b>В.1</b> - владеет методами математического анализа при решении задач нелинейной динамики;		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ
<b>В.2</b> - владеет методами математического анализа при решении задач теории бифуркаций;		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ
<b>В.3</b> - владеет навыками качественной теории дифференциальных уравнений.		ПЗ по темам 1-9			ОПЗ	КЗ

*С – собеседование по теме; ТО – коллоквиум (теоретический опрос); КЗ – кейс-задача (индивидуальное задание); ОПЗ – отчет по практическому заданию; Т/КР – рубежное тестирование (контрольная работа); ТВ – теоретический вопрос; ПЗ – практическое занятие; ИЗ – индивидуальное задание; КЗ – комплексное задание экзамена.*

Итоговой оценкой достижения результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучающихся, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучающегося и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;

- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;

- промежуточный и рубежный контроль освоения обучающимися отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланочного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

### **2.1. Текущий контроль усвоения материала**

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

### **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме защиты отчетов по практическим заданиям (после изучения каждого модуля учебной дисциплины). Типовые темы практических занятий приведены в РПД. Защита отчета проводится индивидуально каждым студентом или группой студентов. Типовые шкала и критерии оценки приведены в общей части ФОС программы.

### **2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)**

Допуск к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача всех от-

четов по практическим занятиям и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация, согласно РПД, проводится в виде дифференцированного зачета по дисциплине по билетам. Билет содержит теоретические вопросы (ТВ) для проверки усвоенных знаний и комплексные задания (КЗ) для контроля уровня усвоенных умений и приобретенных владений всех заявленных компетенций.

Билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности *всех* заявленных компетенций. Форма билета представлена в общей части ФОС образовательной программы.

### **2.3.1. Типовые вопросы и задания для экзамена по дисциплине Типовые вопросы для контроля усвоенных знаний (ТВ):**

1. Понятие динамической системы. Основные определения. Классификация динамических систем. Способы задания эволюционного оператора. Формулировка теоремы о существовании и единственности и её смысл.
2. Фазовое пространство динамической системы, основные определения, виды траекторий, классификация аттракторов, примеры. Понятие о качественном анализе динамических систем.
3. Определение топологической эквивалентности динамических систем. Понятие о грубости. Привести примеры.
4. Положения равновесия на фазовой плоскости. Их устойчивость, классификация и общая схема анализа устойчивости с помощью линеаризации векторного поля.
5. Положения равновесия в многомерном пространстве. Их устойчивость, классификация и общая схема анализа устойчивости с помощью линеаризации векторного поля. Продемонстрировать использование критерия Рауса-Гурвица на примере.
6. Пример качественного анализа: математический маятник с сильным трением. Найти все состояния равновесия и их устойчивость, построить фазовый портрет системы и объяснить основные сценарии поведения в зависимости от начальных условий.
7. Пример качественного анализа: математический маятник с отрицательным трением. Найти все состояния равновесия и их устойчивость, построить фазовый портрет системы и объяснить основные сценарии поведения в зависимости от начальных условий.
8. Регулярные динамические аттракторы. Их устойчивость, классификация и общая схема анализа устойчивости. Понятие о мультипликаторах предельных циклов.
9. Понятие о фрактальности объекта. Определение фрактальной размерности Хаусдорфа. Элементарные фрактальные множества и их размерность. Вычисление фрактальной размерности. Примеры.

10. Понятие о детерминированном хаосе. Странный аттрактор. Классификация, топология и характеристики странных аттракторов. Примеры.
11. Система Лоренца. Вывод модельных уравнений, характеристика управляющих параметров. Основные аттракторы модели Лоренца. Описать цепочку перестроек при изменении числа Рэлея. Описать "эффект бабочки".
12. Общее понятие о бифуркации аттрактора динамической системы. Классификация бифуркаций, условия наступления. Примеры.
13. Понятие о медленном многообразии аттрактора и его геометрический смысл. Нормальные формы бифуркаций. Примеры.
14. Описать общую схему бифуркационного анализа динамической системы. Продемонстрировать последовательность действий на конкретном примере.
15. Тангенциальная бифуркация состояния равновесия. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
16. Транскритическая бифуркация состояния равновесия. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
17. Понятие симметрии динамической системы. Математическая формулировка и геометрический смысл. Влияние симметрии динамических систем на бифуркации аттракторов. Привести примеры бифуркации для непрерывной и дискретной группы симметрии.
18. Вилочная бифуркация состояния равновесия. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
19. Бифуркация Андронова-Хопфа состояния равновесия. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
20. Общие замечания о бифуркациях предельных циклов и торов. Сечение Пуанкаре. Определение устойчивости по Ляпунову. Спектр Ляпуновских показателей.
21. Тангенциальная бифуркация предельного цикла. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
22. Транскритическая бифуркация предельного цикла. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
23. Вилочная бифуркация предельного цикла. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
24. Бифуркация Андронова-Хопфа предельного цикла. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.

25. Бифуркация удвоения периода предельного цикла. Вывод нормальной формы и ее анализ. Привести пример наступления бифуркации в конкретной динамической системе.
26. Общая классификация бифуркаций предельных торов и странных аттракторов. Способы фиксирования таких бифуркаций. Привести примеры.
27. Общая характеристика сценариев перехода к хаосу: история вопроса и вклад исследователей. Провести сравнение сценариев между собой. Сценарии общего положения и специальные сценарии. Сформулировать условия смены сценария при изменении управляющего параметра.
28. Сценарий перехода к хаосу Ландау. Каноническая цепочка бифуркаций и условие реализации. Примеры.
29. Сценарий перехода к хаосу Фейгенбаума. Каноническая цепочка бифуркаций и условие реализации. Константа Фейгенбаума. Примеры.
30. Сценарий перехода к хаосу Рюэля-Такенса. Каноническая цепочка бифуркаций и условие реализации. Теорема Афраймовича-Шильникова. Примеры.
31. Сценарий перехода к хаосу Помо-Манневиля. Каноническая цепочка бифуркаций и условие реализации. Типы перемежаемости. Примеры.
32. Сценарий перехода к хаосу Шильникова при разрушении гомоклинической кривой. Седловая величина.
33. Метод восстановления фазового пространства по динамике одной переменной.

Пример типового комплексного задания для проверки умений и владений представлен в приложении 1. *Полный перечень теоретических вопросов и практических заданий в форме утвержденного комплекта билетов для дифференцированного зачета хранится на выпускающей кафедре.*

### **2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## **3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций**

### **3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций**

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **3.2. Оценка уровня сформированности компетенций**

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

*Типовое комплексное задание (КЗ) дифференцированного зачета для проверки умений и владений*

**Задание № 1. Исследование странного аттрактора Чен-Ли**

Исследовать нелинейную динамику следующей системы дифференциальной системы третьего порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} &= 5X - YZ, \\ \frac{dY}{dt} &= -10Y + XZ, \\ \frac{dZ}{dt} &= -RZ - \frac{1}{3}XY \end{aligned} \quad (1)$$

Работа должна включать в себя следующие этапы:

1. Аналитически исследовать устойчивость состояния равновесия в начале координат (0,0,0) и найти точки ветвления.
2. Найти остальные состояния равновесия уравнения (1) и проследить их ветвление при изменении управляющего параметра  $R$ . Аналитически или численно исследовать их устойчивость.
3. Численно исследовать динамические режимы при изменении  $R$ . Для динамических режимов построить спектры Фурье. Описать характер динамических режимов.

**Критерии оценки выполнения комплексного задания экзамена**

*Оценка «пять» ставится, если обучающийся справился с заданием и дал правильный ответ; он осознанно излагает и оценивает полученные им результаты; демонстрирует умение аргументировать свою точку зрения в ответ на уточняющие вопросы преподавателя.*

*Оценка «четыре» ставится, если обучающийся дал правильный ответ, но с заданием справился частично; понимает и правильно интерпретирует полученные им результаты, логично строит свой ответ, но допускает незначительные неточности при описании методов решения или свойств исследуемой системы.*

*Оценка «три» ставится, если обучающийся дал правильный ответ, но путается с выкладками при получении оценок; ориентируется в методах и подходах решения и при описании полученных результатов, но нуждается в наводящих вопросах преподавателя, не умеет анализировать или не вполне владеет терминологией при описании исследуемой системы.*

*Оценка «два» ставится, если обучающийся дал неправильный ответ и не справился с необходимыми выкладками; плохо ориентируется и не понимает сути необходимого исследования, либо допускает грубые ошибки при описании своих действий при выполнении заданий.*